## ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №8

### Тамаша шектер. Шексіз шамаларды салыстыру. Эквивалентті шексіз аз және оларды шекті есептеуге қолдану.

**Есеп 1.** Тамаша шектерді есепте:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin 3(x-2)}{x^2-3x+2}$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{\sin 10x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+7x)}{\sin 7x}$

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sin 3(x+1)}{x^2-4x-5}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{tg\left(x^2-3x+2\right)}{x^2-4}$.

**Есеп 2.**

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x+arctgx}{x}=\left(\dfrac{0}{0}\right)$. $\lim\limits_{x\to 0}2x=\lim\limits_{x\to 0}x=0$ болғандықтан, (1)-ші шарт орындалады, онда $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x+arctgx}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x+x}{x}=3$.

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(\pi+2x)}{x}=\left(\dfrac{0}{0}\right)=\left|\lim\limits_{x\to 0}(\pi+2x)\neq 0\right|=-\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\left|\lim\limits_{x\to 0}2x=0\right|=-\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{x}=-2$.

*Мысал 5.* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 3x}$ тап.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{\sin 3x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 7x}{7x}\cdot 7}{\frac{\sin 3x}{3x}\cdot 3x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{7x}{3x}\right)\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 7x}{7x}}{\frac{\sin 3x}{3x}}=\frac{7}{3}.$$

**Есеп 3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3x+1}$ тап.

Онда:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3x+1}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1+2}{2x-1}\right)^{3x+1}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2x-1}\right)^{3x+1}.$$

$\dfrac{2}{2x-1}=\dfrac{1}{y}$ белгілеуін енгізсек, $x=y+1/2$ және $x\to\infty$ жағдайда $y\to\infty$.

Сондықтан, $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{2x-1}\right)^{3x+1}=\lim\limits_{y\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{3y+5/2}=\lim\limits_{y\to\infty}\left(\left(\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{y}\right)^{3}\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{5/2}\right)=e^3$.

**Есеп 4.**

$$\lim_{x\to\infty}\left[(x-2)\ln\frac{x+1}{x-2}\right]=(\infty\cdot 0)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{x-2}=\ln\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{x-2}=\left(1^{\infty}\right)=$$

$$= \ln \lim_{x\to\infty}\left[1+\frac{x+1}{x-2}-1\right]^{x-2} = \ln \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x-2}\right)^{x-2} = \left|\ \text{т.к.}\ \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x-2}=0\right| =$$

$$= \ln \lim_{x\to\infty}\left\{\left[1+\frac{3}{x-2}\right]^{\frac{x-2}{3}}\right\}^{\frac{3}{x-2}\cdot(x-2)} = \ln e^{3} = 3\,.$$